수익률 및 변동성 예측방안에 대한 연구
: 한중일 주가지수를 이용하여*

朴永培**
ybpark@deu.ac.kr
李省勳***
lshphj@hotmail.com

<目次>

主題語: 시계열 자료(time-series data), 실수차분(real number difference), 퍼지(fuzzy), 자기회귀이동평균 모델(ARMA), 풋옵션(put option), 포트폴리오 인슈어런스(portfolio insurance)

1. 서 론

본 연구에서는 금융 시계열자료의 변동성에 대한 정교한 예측도를 측정하는 수단[1]에 무위험(안전)자산을 결합하여 접점 포트폴리오 (tangency portfolio)을 찾아내는 J. Tobin의 최적 포트폴리오를 이용하여 주가의 변동성과 수익성을 검증하고자 한다. 금융 시계열 자료가 예측 가능한지에 대해 Fama (1965)는 다우존스 (Dow Jones) 지수의 변화에 자기 상관관계가 존재하는지를 검증해본 결과 유의성이 없는 것을 발견하였고, 주가는 예측이 가능하지 않은 걸로 밝혀졌다. 그러나 Lo 및 Mackinlay (1988)와 Conrad 및 Kaul (1988)은 주가는 랜덤 워크를 따른다는 가설을 기각하여 주가에는 자기상관 관계가 존재한다고 주장했다. 특히 주식의 규모가 작을수록 자기상관관계의 정도가 강한 것을 나타내 보여 수익률은 랜덤 워크가 아니며

---

* 본 연구는 2010년 동의대학교 교내연구비 지원에 의거 수행되었음.
** 동의대학교 상경대학 금융보험학과 교수
*** 경성대학교 공학기술연구소 학술연구교수
1) 금융경제학에서 변동성은 일반적으로 연율표시 조건부 표준편차를 말한다. 반면, 계량경제학적 관점의 변동성은 "분산"을 지칭하는 경우가 많다.

예측이 가능하다고 주장했다. 따라서 본 연구에서는 시계열 자료의 수익률 및 변동성에 대해 한국, 중국 및 일본 3국의 주가지수를 사용하여 검증하고자 한다.

본 연구에서는 ARIMA(Auto Regressive Integrated Moving Average) 모델로 대표되는 종래의 시계열 분석법은 과대추정 (over-fitting) 문제 등의 한계가 인식되어 다양한 새로운 모델이 개발 되어오고 있다. 예를 들면, 분포의 비정규성 관측에 대해, 특히 시계열 자료의 변동성 (volatility)의 변화를 설명하기 위한 자기회귀형 조건부 분산모형(ARCH： Auto Regressive Conditional Heteroscedasticity)과 시계열의 자기 상관계수가 좀처럼 영으로 감소하지 않고 장기 기억 (long memory)을 가지는 자료에 대해 종래의 정수만으로 차분함에 의해 정보가 과도하게 손실되어지는 것을 막기 위하여 실수 차분으로 과잉 차분을 피하는 분수적분 ARMA (fractionally integrated ARMA) 또는 FARIMA모형 등이 제안되고 있다.

따라서 이러한 점에 착안하여 본 연구에서는 분석대상인 주가지수 자료의 성질에 시계열 자료의 특성인 “기준”의 애매함이 존재하고 있기에[2] 동 문제를 해결하기 위한 방안으로 퍼지 수 및 퍼지 회귀 모델, 그리고 FARIMA 모델을 동시에 고려해 퍼지 회귀 모델에 시계열 개념을 더한 퍼지 다변량 FARIMA(AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average)모델을 월별 기대 수익률을 구하는 분석도구로 시용하고자 한다. 또한 본 연구에서는 퍼지 FI-GARCH (Fractionally Integrated - Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) 모델을 제안하여 검증대상 주가지수의 월별 기대 변동성(volatility)[3]를 예측하고자 한다.

이를 위하여 본 연구의 내용은 다음의 순서로 이루어졌다. 제2절에서는 본 연구에서 사용되어지는 예측모델을 제안하고자 한다. 이를 위해 다변량 FARIMA 모델, FI-GARCH 모델 및 퍼지 다변량 ARFIMA 모델을 제안한다. 제3절에서는 포트폴리오 인슈어런스를 구성하는 방법에 대해 설명한 뒤, 제4절에서 한중일 3개국 주가지수를 대상으로 실증 분석 및 결과를 고찰한다. 그리고 마지막 5절에서는 본 연구의 결론 및 향후 추가 연구과제를 제안한다.

---

2) 실제로 주가를 예측함는 경우 주로 종가를 사용하지만 시가, 고가, 저가 등도 중요한 자료라고 생각한다.
3) 월별 기대 변동성은 Black 및 Scholes (19)의 옵션가격 결정 모델을 원용하여 보험 기능이 있는 포트폴리오 인슈어런스(PI： Portfolio Insurance)를 구축하는데 이용된다.

2. 연구분석 범위 및 방법

2.1 분석범위

본 연구의 예측 모델은 비선형 확률 모델인 FARIMA 모델을 바탕으로한 퍼지 다변량 FARIMA 모델과 단변량의 ARFIMA 모델을 다변량으로 확장해 원 데이터의 성질에 애매함이 존재하는 경우 퍼지수 및 퍼지 회귀 모델과 FARIMA 모델을 동시에 고려한 모델이다. 본 연구에서는 이 모델을 사용하여 주가의 기대 수익률을 예측하고 새로운 최적 포트폴리오를 구축한다. 또한 퍼지 FI-GARCH모델을 이용하여 분산의 변화를 파악해 주가의 변동성을 예측하여 Black 및 Scholes (1972)의 옵션가격 결정 모델에 예측 변동성을 대입한다. 이러한 예측변동성의 예측치로 얻을 수 있는 풋옵션(put option)의 가격은 포트폴리오를 구축할 때 보험의 기능을 하는 포트폴리오·인슈어런스 (PI)를 구성하는데 사용한다. 따라서 본 연구의 실증분석에서는 최적 포트폴리오와 포트폴리오·인슈어런스를 조합하여 포트폴리오의 평균수익률과 위험 분산 효과를 비교 검증한다.

2.2 분석방법

1) 다변량 ARFIMA모델

다변량 FARIMA 모델의 객관적인 모델은 아카이케 정보기준[4] [Akaike (1976), Akaike Information Criterion (AIC)]을 적용하여 최소의 추정 파라미터를 사용하여 자료를 모형화하도록 권고하고 AIC값을 “최소화”하는 모형차수를 선정하는 것이다. 따라서 분석자의 주관에 의하지 않고 유의한 유일해를 얻을 수 있는 장점이 있다.

본 연구에서 사용하는 다변량 FARIMA 모델을 다음과 같다.

$$Z_{i,t+1} = F \bullet \ Z_{i,t} + G \bullet \ A_{i,t+1} \quad \cdots\cdots (1)$$

단, Z는 상태 벡터(state vector), $i = 1, 2, \bullet \bullet \bullet, k$ F는 전이 행렬(transition matrix), G는

4) Akaike (1978, 1979)는 “최소 AIC 방법”을 이용하여 베이즈 방식으로 확장한 BIC (Bayesian Information Criterion)을 제안하였고, 또 AIC와 유사하게 Schwartz (1978)는 AR(p)모형의 경우 Schwartz Bayesian Criterion (SC)을 제안하였다.

입력 행렬(input matrix), A는 백색 잡음(white noise)이다.

이 다변량 ARFIMA 모델의 정식화는 이하의 7개의 스텝으로부터 구성된다.

1) AR(P)까지 적합한 모델의 결과로부터 Akaike의 정보 판단 기준(AIC)이 최소치가 되는 P를 선택한다.

2) 부분 자기 회귀 행렬로 선택된 P값이 적절한지 어떤지를 확인한다.

3) AR(P) 모델의 Yule-walker 추정치를 통해 이 모델로부터의 잔차에 대한 분산공분산 행렬 및 상관 행렬을 구한다.

4) 정준상관 분석(canonical correlation analysis)을 실시한다. 이 분석에 의해 가장 작은 정준상관 계수에 대한 정보값과 이것에 대한 유의성 검정 통계량으로서 Bartlett의 카이 제곱 통계량으로 유의성을 검토해, 유의하지 않은 것은 상태 벡터로부터 제외한다.

5) 정준상관 분석으로부터 F(전이 행렬: transition matrix) 및 G(입력 행렬: input matrix)의 초기 추정치를 구한다.

6) 시계열의 전 시차로의 예측 오차의 제곱합과 교차합으로부터 얻을 수 있는 추정치를 최소로 하는 F, G의 값을 구한다.

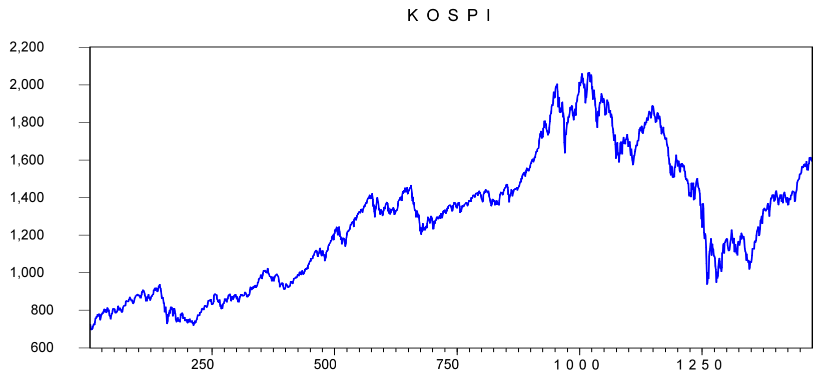
7) F, G의 추정치가 "0"의 값인지를 절대치가 작은 차례로부터 t-검증법을 이용해 하나씩 제거해 0과 다르다는 검증 결과를 얻은 추정치만을 모수의 추정치로서 인정한다.

2) FI-GARCH 모델

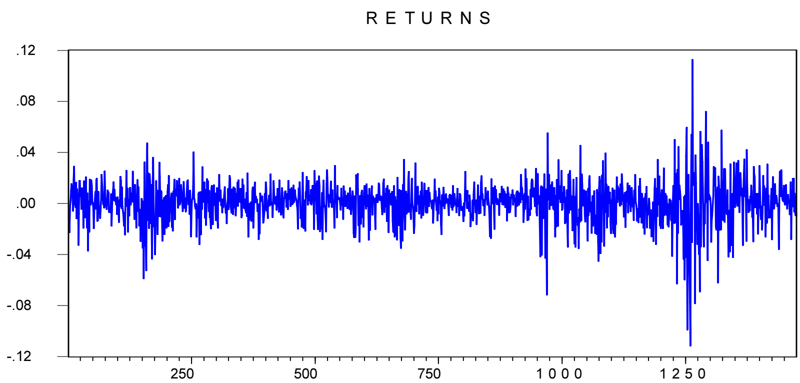
금융 시계열의 변동성에 대한 정교한 추정과 예측은 금융경제학 모델분석 또는 이론검증에 있어 아주 중요하다. 대부분의 금융 시계열 자료의 수익률 분포는 항상 정규분포 보다는 첨도가 3이상인 뾰족한 형태의 첨예한 정점, 또는 뚜꺼운 분포꼬리 (fat tail)을 가진 leptokurtic 분포를 보이기도 하며 좌우가 비대칭적인 모양을 나타내기도 한다. 본 연구의 분석대상중 일례로 그림1과 그림2에서 나타나는 바와같이 변동성(volatility) 군집 현상을 발견할 수 있다[5]. 즉, 변동성 군집 또는 “fat tail"의 특성을 갖는 시계열 자료를 조건부 분산의 관점에서 모델화하기 위하여 Engle (1982)은 ARCH(p)모델을 제안하였다. ARCH 모델 추정에 있어 p를 크게 설정해야 하기에 Bollerslev (1986)는 그 대안으로 GARCH(p,q)모델을 제안하였다.

5) 이러한 시계열 자료의 모델화에는 ARCH모델을 일반화하여 Bollerslev (1986)가 제안한 GARCH 모델이 가장 적합한 것으로 알려져 있다.

<그림1> KOSPI지수 추세



<그림2> KOSPI지수 수익률



Bollerslev (1986)가 제안한 GARCH(p,q) 모델은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
&Z_t = X_t\beta + \sigma_t\xi_t \quad , \quad \xi_t \sim N(0,1) \qquad \cdots\cdots (2)\\
&\varepsilon_t = \sigma_t\xi_t \quad , \quad \varepsilon_r|\varphi_{t-1} \sim N(0,\sigma_t^2)\\
&\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q}\beta_j\sigma_{t-j}^2\\
&\alpha_0 > 0 \quad , \quad \alpha_i, \beta_j \geq 0\\
&i = 1,2,\cdots\cdots,p \qquad j = 1,2,\cdots\cdots,q
\end{aligned}
$$

단, $\sigma_t \xi_t$는 퍼지 다변량 ARFIMA 모델의 백색 잡음에 해당하는 항 (오차항)이고, σ_t^2는 변동성이다. 따라서 실수 차분 GARCH 모델을 구축하기 위해 오차항 ϵ_t에 대해서 실수 차분을 실시하여, 새로이 생성된 오차항 ϵ_t를 자료로 사용하게 된다. 또, GARCH 모델은 래그 (lag)를 크게 설정해야 하는 ARCH(p) 모델의 대안으로서 이용할 수 있다. 즉, 적은 수의 파라메터를 사용하는 것에도 불구하고 긴 래그의 ARCH를 추정한 것과 유사한 효과를 가져 오기 때문이다. 실제 시계열 자료의 변동성은 꽤 지속적(persistent)으로 나타나기에 단순한 GARCH(1,1) 모델에서도 아주 적합한 결과를 얻을 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 변동성을 예측하기 위해 Heynen et.al (1994)이 제안한 GARCH(1,1) 모델로 예측치를 추정한다.

$$E_t(\sigma_{t+k}^2) = \alpha_0 + \alpha_0 \frac{(\lambda - \lambda^k)}{(1-\lambda)} + \lambda^{k-1}(\alpha_1 \xi_t^2 + \beta_1)\sigma_t^2 \quad \cdots\cdots (3)$$

단, $\lambda = (\alpha_1 + \beta_1)$, $\xi \sim N(0,1)$ 이다.

3) 퍼지 다변량 ARFIMA모델

본 연구의 분석대상인 금융 시계열 자료인 주가지수는 종가를 기준으로 수집하여 사용하기에 통상 노이즈가 포함되어 있다. 이러한 노이즈에 퍼지 이론을 적용하면 예측도의 정확성 향상을 기대할 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 시계열 자료에 상한・하한의 폭을 주는 L형 퍼지수를 고려한 퍼지 다변량 ARFIMA 모델을 제안한다[6].

우선, 퍼지 선형 회귀식은 다음과 같다.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots\cdots + \beta_n x_n = \sum_{i=1}^{n} \beta_i x_i = x'\beta \quad \cdots\cdots (4)$$

단, Y ; 종속변수, x' ; 독립변수의 전치 벡터, n ; 변수의 수, β_i ; 모델의 i 번째 파라메터의 퍼지 집합이다.

6) 이 퍼지 다변량 FARIMA 모델의 이점은 선형 회귀 모델에 시계열 개념을 더한 퍼지 다변량 ARMA 모델에 실수 차분을 행하는 것으로 시계열 데이터의 장기 기억 특성을 고려할 수 있는 것으로 퍼지 회귀 모델에서는 고려할 수 없는 시계열의 개념과 해의 비유일성문제 및 과잉차분을 동시에 고려할 수 있는 모델이라고 할 수 있다.

수식 (4)의 퍼지 파라메타 β_i에 대한 가능성 분포를 Dubois및 Prade (1980)의 L-type의 퍼지수 $(\alpha_i, c_i)_L$를 이용하면 수식 (5)와 같이 표현 할 수 있다.

$$\mu_{\beta_i}(\beta_i) = L\left\{\frac{(\alpha_i - \beta_i)}{c}\right\} \quad \cdots\cdots (5)$$

또한 퍼지 파라메터는 다음과 같다.

$$\mu_{\beta_i}(\beta_i) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|\alpha_i - \beta_i|}{c_i} & \alpha_i - c_i \le \beta_i \le \alpha_i + c_i \\ 0 & elsewhere \end{cases} \quad \cdots\cdots (6)$$

단, $\mu_{\beta_i}(\beta_i)$; 파라메터의 멤버쉽 함수, α_i ; 퍼지수의 중앙치, c_i ; 퍼지수의 중앙치로 부터의 폭이다.

확장논리에 의해 퍼지수의 멤버쉽 함수 $y_t = x_t{}'\beta$는 다음과 같은 피라미드형의 퍼지 파라메터 β 를 이용하여 정의 할 수 있다

$$\mu_Y(Y_t) = \begin{cases} 1 - \dfrac{|Y_t - x_t\alpha|}{c'|x_t|} & x_t \ne 0 \\ 1 & x_t = 0, Y_t = 0 \\ 0 & x_t = 0, Y_t \ne 0 \end{cases} \quad \cdots\cdots (7)$$

단, α와c는 벡터이고, t $(= 1, 2, \bullet\bullet\bullet, k)$는 관측치의 개수이다.

이 방법에 있어 각 관찰 y_t의 멤버쉽 값은 정의역의 값보다 크다는 조건을 고려한다. 이것은 모델로부터의 출력 자료가 원 시계열 자료상에 모두 존재해야 한다는 사실을 고려하는 것이다. h-레벨 값의 선택은 퍼지 파라메터의 폭 c에 영향을 미친다. 이러한 퍼지 회귀 파라메터를 얻는 문제는 Tanaka et. al (1982)에 의해 아래의 선형 프로그램 문제로 정식화 되어져 있다.

$$Minimize \quad S=\sum_{i=1}^{k} c'|x_t| \qquad \cdots\cdots (8)$$

여기서 폭의 파라메터 c에 영향을 미치는 수준($h \in [0,1]$)을 선택하면, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} &Minimize \quad S=\sum_{i=1}^{k} c'|x_t| \qquad \cdots\cdots (9)\\ &subject\ to \quad x_t\alpha' + (1-h)c'|x_t| \geq y_t\ , \quad t=1,2,\cdots,k\\ &x_t\alpha' - (1-h)c'|x_t|\ , \quad t=1,2,\cdots,k\\ &c \geq 0 \end{aligned}$$

단, $\alpha' = (\alpha_1, \alpha_2, \cdot\cdot\cdot, \alpha_n)$이고, $c' = (c_1, c_2, \cdot\cdot\cdot, c_n)$이다.

Tanaka et.al (1982)의 퍼지 회귀모델에 시계열의 개념을 더한 Tseng. et.al (2001) 등의 퍼지 ARIMA 모델은 분석자의 경험이 중요시되는 Box Jenkins의 방법론을 이용하는 것에 의해서 같은 모델을 사용해도 분석하는 사람에 의해서 결과가 바뀌어 질 가능성이 생기는 문제점을 가진다. 따라서, 본 연구에서는 단변량 모델인 Tseng. et.al (2001)모델을 다변량 모델로 확장해 객관적인 예측치를 구하기로 한다. 이 방법은 모델의 예측성의 정확도를 향상시키고 또한 모형을 보다 쉽게 활용할 수 있다는 이점이 있다.

이를 바탕으로 실수차분계수의 추정 및 실수차분한 시계열에서 새롭게 생성된 시계열 자료를 퍼지 다변량 FARIMA 모델의 파라메터를 아래의 수식 (10)과 수식 (11)에 의해 퍼지수로 나타내어진 파라메터를 결정하여 월별 기대 수익률을 구한다. 우선, 삼각 퍼지수의 퍼지 파라메터의 멤버쉽 함수는 수식 (6)의 확장 원리를 적용하는 것에 의해서 구할 수 있고, Z의 멤버쉽은 수식 (10)으로 나타내어진다.

$$\mu_z(Z_{i,t}) = \begin{cases} 1 - \dfrac{\left|Z_{i,t} - \sum_{j=1}^{p}\alpha_{i,j}Z_{i,t-1} - A_{i,t} + \sum_{j=p+1}^{p+q}\alpha_{i,j}A_{i,t+p-j}\right|}{\sum_{j=1}^{p}c_{i,j}|Z_{i,t-j}| + \sum_{j=p+1}^{p+q}c_{i,j}|A_{i,t+p-j}|} & Z_{i,t} \neq 0\ ,\ A_{i,t} \neq 0 \\ 0 & Z_{i,t} = 0\ ,\ A_{i,t} = 0 \end{cases} \qquad \cdots\cdots (10)$$

퍼지 다변량 FARIMA모델의 파라메터는 다음의 수식 (11)로부터 얻을 수 있다.

$$Minimize \quad S=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\sum_{t=1}^{k}c_{ij}|\varphi_{ijj}||Z_{i(t-j)}|+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=p+1}^{p+q}\sum_{t=1}^{k}c_{ij}|\rho_{i(j-p)}||\alpha_{i(t+p-j)}|$$

$$subject\ to\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\alpha_{ij}Z_{i(t-j)}+\alpha_{it}-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=p+1}^{p+q}\alpha_{ij}\alpha_{i(t+p-j)}+ (1-h)\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}c_{ij}Z_{i(t-j)}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=p+1}^{p+q}c_{ij}|\alpha_{i(t+p-j)}|\right)\geq Z_{it}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\alpha_{ij}Z_{i(t-j)}+\alpha_{it}-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=p+1}^{p+q}\alpha_{ij}\alpha_{i(t+p-j)}- (1-h)\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}c_{ij}Z_{i(t-j)}+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=p+1}^{p+q}c_{ij}|\alpha_{i(t+p-j)}|\right)\leq Z_{it} \quad \cdots\cdots (11)$$

$$c_{ij}\geq 0 \qquad t=1,2,\cdots\cdots,k$$

단, p : 자기상관(AR)계수의 차수, q : 이동평균(MA)계수의 차수, c : 퍼지수 의 폭, ϕ : 라그j의 부분자기상관계수, Z : 시계열 데이터, ρ : 래그(lag)$j-p$의 자기상관계수, a : 백색잡음(white noise), α : 퍼지수의 중앙치, h : h레벨의 값이다. 실증분석에서 h레벨은 0.9로 설정하였다.

퍼지수$(\alpha_i, c_i)_L$의 연산법을 정리하면 아래와 같다.

가법 $\quad (\alpha_{1,}c_1)_L+(\alpha_2,c_2)_L=(\alpha_1+\alpha_c,c_1+c_2)_L$

감법 $\quad (\alpha_{1,}c_1)_L+(\alpha_2,c_2)_L=(\alpha_1-\alpha_c,c_1+c_2)_L$

스칼라배 $\quad \eta\bullet(\alpha,c)=(\eta\alpha,|\eta|c)_L$

3. 포트폴리오 인슈어런스(PI)

포트폴리오 인슈어런스(PI)를 구성하는 방법은 포트폴리오에 대해 유지하려고 하는 가치를 행사가격으로 하는 풋옵션을 구입하는 것이다. 본 연구에서는 만기일에만 권리행사가 한정되는 유러피언 풋옵션을 고려한다. 즉, 주식과 풋옵션 (put option)으로 구성된 포트폴리오를 보유하면 주식의 가격 (주가지수)이 하락했을 때에는 풋옵션 (put option)의 권리를 행사하여 주식의 자산손실을 상쇄할 수 있다. 반면, 주가가 상승했을 때에는 풋의 권리를 포기할 수 있어 프리미엄분만의 손실로 주식의 자산이득을 얻을 수 있다.

주식과 풋옵션을 단위씩 보유한다고 하면 다음의 예산 제약식이 성립된다.

$$A = x(S_0 + P_0) \quad \cdots\cdots (12)$$

여기서, A는 주식과 풋옵션으로부터 구성되는 포트포리오의 투자금액, S_0은 원래 자산의 가격, P_0은 풋의 가격이다. 이는, Black-Scholes의 옵션가격 결정 모델을 이용해 주식과 무위험 자산의 결합을 통해서 풋옵션(put option) 가격을 구할 수 있다.

$$P_0 = S_0 N(d_1) K e^{-R_f \cdot T}(1 - N(d_2)) - S_0 \quad \cdots\cdots (13)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(R_f + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

여기서 $N(\bullet)$는 표준 정규 분포의 누적 확률 밀도 함수, K는 행사가격, R_f는 무위험 이자율, T는 투자 기간이다. 이 수식(13)에서 P_0를 구하여 수식 (12)에 대입하면 x를 구할 수 있다. 그리고 수식 (13)의 풋옵션의 가격 P_0를 결정하는데 큰 영향을 미치는 σ를 퍼지 FI-GARCH 모델로 보다 예측도를 높이는 것으로 포트폴리오 인슈어런스에 드는 비용을 감소시킬 수 있다.

4. 실증 분석

4.1 자료 및 기간

본 연구는 한국, 중국 및 일본 3국간의 주가지수의 수익률 및 변동성을 예측하는 방법에 대한 것으로, 이를 위하여 시계열적으로 장기간 자료를 필요로 한다. 따라서 분석기간은 2003년 9월부터 2006년 8월까지의 기간을 바탕으로 2006년 9월부터 2009년 8월까지의 36개월간을 분석한다.

또한 한국의 주가지수는 KOSPI, 일본의 지수는 NIKKEI 225, 중국의 지수는 SSE Composite를 사용한다.

4.2 분석 방법

투자 비율을 결정하는 포트폴리오의 구축함에 있어 각 종목의 주가를 정확하게 예측하는 것이 중요하다. 이를 위하여 본 연구에서는 다변량 퍼지 FARIMA 모델을 사용하여 예측성의 정확도를 높이고자 한다. 다변량 퍼지 FARIMA 모델은, 다변량 ARMA 모델과 실수로 차분을 행하는 부분과 퍼지를 3 부분으로부터 구성되어져 있다[7]. 또 실수차분법은 금융 시계열 자료에 있을 수 있는 장기 기억을 모델에 반영하는 방법으로 시계열 자료의 변동성을 평활화하는 효과를 가지고 있으며, 실수차분법을 다변량 ARMA 모델과 조합하는 것으로 예측 모델의 정확성을 높일 수 있다. 또한 퍼지화하는 것으로 주가를 종가 이외의 시가, 고가 및 저가를 고려하여 종가만이 진정한 값인가라는 논란을 피하면서, 시계열 자료 자체에 노이즈가 포함되어 있다고 하는 생각을 모델에 반영하고 있다. 이와 같은 모델의 예측 우위성들을 포함하여 각 종목의 주가 예측의 정도를 높일 수 있는 본 연구 제2절의 제안 모델을 최적 포트폴리오를 구성하는데 이용한다. 즉, KOSPI의 수익률, NIKKEI225의 수익률, SSE Composite의 수익률을 본 연구에서 제안한 예측 모델을 이용하여 추정된 예측 수익률로 최적 포트폴리오를 구축하여 기간(3개월)별 실제 수익률을 구한다. 그리고 풋옵션(put option)를 이용한 PI(포트폴리오 인슈어런스)를 최적 포트폴리오에 더함으로써 최적포트폴리오에 보험의 기능을 포함한 Portfolio+PI의 실제 수익률을 구한다. 3년 (36개월) 동안의 시뮬레이션을 통해 얻은 연간 평균

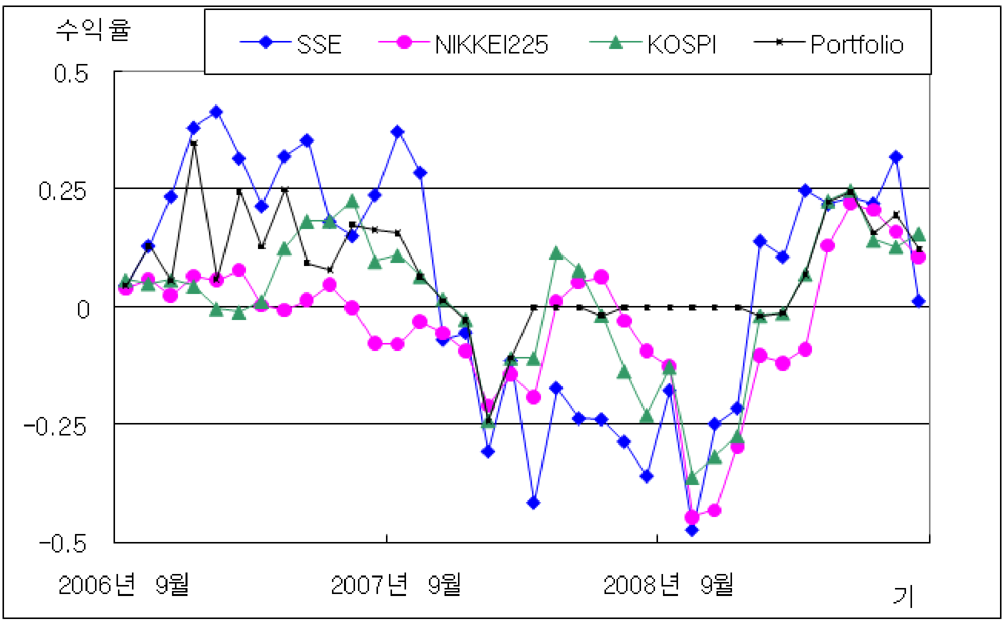
7) 모델의 근간이 되는 다변량 ARMA 모델은 단변량 ARMA 모델을 다변량으로 확장하여 통계적으로 유의성이 검증된 파라메터만을 이용해 계수를 추정해 예측치를 구한다.

수익률과 표준편차 (리스크)와 평균수익률을 표준편차로 나눈 리스크당 수익률 이 3가지의 결과로 분석한다.

4.3 실증분석 결과 및 고찰

그림 3은 분석대상 기간인 2006년 9월부터 2009년 8월까지의 36개월간의, KOSPI의 수익률, NIKKEI225의 수익률, SSE Composite의 수익률 및 예측치를 이용한 최적 포트폴리오의 수익률의 추이이다. 그림에서 SSE Composite의 수익률이 가장 높은 값을 가지고 있지만 상대적으로 변동성이 크게 나타나고 있다. NIKKEI225는 수익률은 높지 않으나 변동성 또한 크지 않음을 볼 수 있고, KOSPI는 수익률과 변동성에 있어 SSE와 NIKKEI의 중간값 정도임을 알 수 있다. 퍼지 다변량 FARIMA 모델로 지수를 예측하여 그 추정치를 사용한 Portfolio는 한중일 삼국의 주가지수 예측치가 음의 값으로 예측되어진 2008년 3월부터 2008년 12월까지(2008년6월 제외)는 투자기간에서 제외됨으로써 평균 수익률이 상당히 높아질 것으로 보인다. 그 외의 기간에 있어서도 SSE 지수, NIKKEI 225, KOSPI 지수의 수익률의 추이 범위안에서 포트폴리오의 수익률이 움직이고 있으나, 3개국 지수의 평균보다 비교적 높은 수익률을 보여 주고 있다.

<그림3> 한중일 지수와 포트폴리오의 수익률 추이



<그림4> 포트폴리오와 포토폴리오 인슈어런스의 수익률 추이

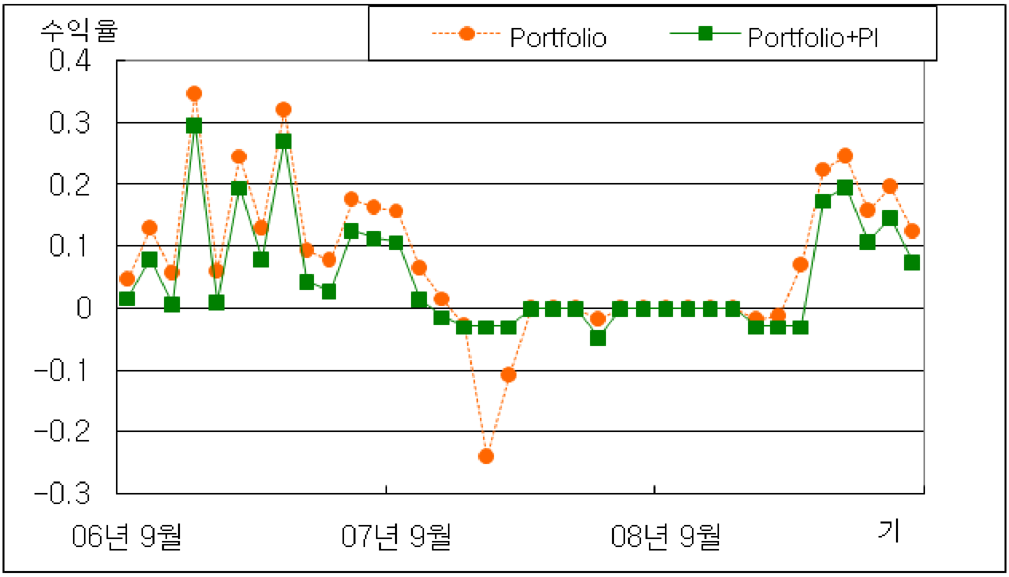


그림 4는 분석 대상기간인 2006년 9월부터 2009년 8월까지의 36개월간의, 포트폴리오의 수익률과 포트폴리오 인슈어런스를 고려한 포트폴리오 (Portfolio+PI)의 수익률의 추이이다. 전반적으로 Portfolio+PI의 수익률이 풋옵션에 투자되어지는 만큼 수익률이 낮아지고 있으나 2008년 1월의 약 -24% 수익률과 2008년 2월의 약 -11% 수익률을 잘 헤지하고 있음을 보여준다. 그림 3에서 보여진 한중일 3국의 지수 예측치가 음의 값으로 예측된 2008년 3월부터 2008년 12월까지(2008년6월 제외) 8개월간을 풋옵션에 투자한다면 수익률은 크게 향상되어질 수 있음을 알 수 있다.

<표 1> 평균수익률, 표준편차, 리스크당수익률 (단위 : %)

	평균수익률	표준편차	리스크당수익률
SSE	59.84	90.05	0.6612
NIKKEI225	-41.90	51.69	-0.8106
KOSPI	13.86	53.49	0.2591
Portfolio	87.36	39.96	2.1862
Portfolio +PI	61.87	30.87	2.0042

표 1에서는 그림3 그림4에 나타난 수익률을 연간 수익률로 환산하여 평균 수익률, 표준편차, 리스크당의 수익률(평균수익률/표준 편차)로 정리한 값이다. 중국의 SSE Composite의 평균 수익률은 59.84%로 3개국 중에서는 가장 높은 수익률을 나타내고 있으며, 리스크의 척도인 표준편차 역시 90.05%로 가장 큼을 알 수 있다. 리스크당 수익률은 0.6612를 나타내고 있다. 일본의 NIKKEI225는 분석 기간 (2006년 9월부터 2009년 8월까지) 3년 동안 평균 수익률이 -41.9%로 음의 수익률을 내고 있으나, 표준편차는 중국보다는 40% 이상 줄어든 값을 나타내고 있다. KOSPI의 표준편차는 53.49%로 일본보다는 조금 큰 값을 가지나, 평균 수익률은 13.86%로 좋은 수익률을 나타내고 있다. 리스크당 수익률은 0.2591을 기록했다. 본 연구에서 제안한 모델을 사용해 수익률을 예측하여 얻은 포트폴리오의 평균 수익률은 년간 87.36%로 가장 높은 수익률을 기록하였다. 이는 한중일 3개국의 지수에서 가장 높은 평균수익률을 기록한 SSE Composite보다 높은 평균수익률로, 공매도를 허용하지 않는 포트폴리오에서 지수 예측치가 음의 값으로 예측된 2008년 3월부터 2008년 12월까지(2008년6월 제외) 8개월간 투자를 쉼으로 인해 분산 투자 수단으로 사용되는 포트폴리오의 평균 수익률이 중국 SSE Composite의 평균수익률을 웃도는 결과를 얻을 수 있었다. 그리고, SSE Composite, NIKKEI225, KOSPI에 3분의 1씩 투자를 실시했을 경우, 그 평균수익률은 31.8%밖에 되지 않는다. 따라서, 본 연구에서 제안한 모델은 예측성의 정확도가 충분히 좋아졌음을 알 수 있다. 그리고 표준편차도 39.96%로 줄어들어 있으며 리스크당 수익률은 2.1862로 리스크당 수익률이 가장 높은 중국의 SSE보다 3배 이상의 큰 값을 얻었다.

Portfolio+PI는 평균 수익률이 61.87%로 한중일 3국의 평균 수익률보다는 높은 값을 가지나 풋옵션의 비용으로인해 포트폴리오의 평균 수익률보다는 낮은 값을 가지는 결과를 얻었다. 그러나 리스크의 척도인 표준편차는 30.87%로 가장 낮은 리스크를 가지는 것으로 나타났다. Portfolio와 Portfolio+PI의 표준편차를 비교하면 약 25%의 리스크 헤지 효과가 있음을 알 수 있다. 리스크당 수익률은 포트폴리오의 리스크당 수익률보다 조금 낮지만 삼개국 중 가장 높은 중국의 SSE 보다 3배 이상 높은 결과를 얻었다. 본 연구에서 제안한 퍼지 FI-GARCH 모델로 변동성을 예측하여 옵션 가격 결정 모델에 적용함으로써 포트폴리오의 음의 수익률을 헤지하는 포트폴리오의 보험 기능을 충분히 수행할 수 있음을 보였다.

5. 결론

본 연구에서는 한국, 중국 및 일본 3개국의 주가지수를 사용하여 수익률 및 변동성을 예측하는 방안을 연구하였다. 이를 위하여 분석대상인 금융시계열 자료가 장기 기억(장기 의존성)을 가지고 있을때 정수만으로 차분함에 의해 정보가 과도하게 손실되어지는것을 막기 위하여 실수 차분으로 과잉 차분을 피할 수 있는 퍼지 다변량 ARFIMA 모델로 기대 수익률을 구하고, 퍼지 FI-GARCH 모델로 기대 변동성(volatility)을 구하는 방법을 제안하여 포트폴리오를 구축하고 또, 풋옵션(put option)를 이용하여 포트폴리오 인슈어런스(PI)기능을 더한 Portfolio+PI로 어느 방법이 높은 수익률과 위험을 잘 분산하는지를 평균수익률과 리스크를 사용하여 실증분석을 실시했다.

분석결과 먼저 Portfolio의 평균수익률은 한국, 중국 및 일본 3개국에 3분의 1씩 동일한 비율로 투자하는 포트폴리오보다 55%이상 높은 수익률을 올렸다. 그 결과 본 연구에서 제안한 퍼지 다변량 ARFIMA 모델은 우위성을 가지고 있다고 말할 수 있다.

둘째, 포트폴리오 인슈어런스의 위험 분산은 리스크의 척도인 표준편차가 포트폴리오의 표준편차보다 25%정도 낮아진 것으로 분석되어 헤지의 기능이 잘 적용되고 있음으로 판단된다.

따라서 본 연구에서 제안한 퍼지 FARIMA모델은 기존 연구모델들 보다 수익성 분석에 우위성을 가지고 있음을 알 수 있고, F-GARCH모델을 이용한 변동성 예측분석은 기존 모델들보다 타당한 예측 결과를 보여주고 있음을 알 수 있다.

향후에는 예측성의 정확성을 향상시키기 위해 실수 차분법의 개선과 단변량에 끝난 퍼지 FI-GARCH 모델을 다변량으로 확장하고 풋옵션을 이용함에 있어 보다 적절한 모델로 안정성과 수익률을 개선할 수 있는 모델 개발 및 분석방법을 연구 과제로 생각하고 있다.

【參考文獻】

Akaike, H (1976), 「Canonical correlation analysis of time-series and the use of an information criterion」, In System Identification: Advances and Case Studies, R. Mehra and D. G. Laniotis, eds, Academic Press, New York and London

Akaike, H (1978), 「A Bayesian analysis of the minimum AIC procedure」, *Ann., Inst., Statist., Math*, 30A, pp 9-14

Akaike, H (1979), 「A Bayesian extension of the minimum AIC procedure of autoregressive model fitting」,

Biometrica, 66, pp. 237-242
Andersson, M (2000), 「Do long-memory models have long memory?」, *International Journal of Forecasting*, Vol. 16, pp. 121-124
Badhanl, K.N (2008), 「Long memory in stock returns and volatility in India: A nonparametric analysis」, *ICFAI Journal of Applied Finance*, Vol. 14, pp. 34-53
Baum, B (1999), 「Long memory or structural breaks:Can either explain nonstationary real exchange rates under the current Float?」, *Journal of International Financial Markets, Institutions, and Money*, Vol. 9, pp. 359-376
Black, F and M. Scholes (1972), 「The valuation of option pricing when short rates are lognormal」, *Journal of Finance*, 27, pp. 399-418
Bollerslev, T (1986), 「Generalized autoregressive conditional heteroskedesticity」, *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327
Bollerslev T., R. Y. Chou & K. F. Kroner (1992), 「ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence」, *Journal of Econometrics*, Vol. 52, pp. 5-59
Conrad, J and G. Kaul (1988), 「Time-variation in Expected Returns」, *Journal of Business*, Vol. 61, pp. 409-425
Fama, E F (1965), 「The behavior of stock-market prices」, *Journal of Business*, Vol. 38, pp. 34-105
Heynen, R, A. Kemna, and T. Vorst (1994), 「Analysis of the term structure of implied volatilities」, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 29, pp. 31-56
Lo, A & A. C. Mackinlay (1988), 「Stock Market Prices Do Not Follow Random Walks: Evidence from a Simple Specification Text」, *The Review of Financial Studies,* Vol.1, pp. 41-46
Man, K. S (2003), 「Long memory time series and short term forecasts」, *International Journal of Forecasting*, Vol. 19, pp. 477-491
Podobnik, B, D. Fu, T. Jagric, I. Grosse, and H. E. Stanley (2006), 「Fractionally integrated process for transition economics」, *Physica* A, Vol. 362, pp. 465-470
Tanaka, H, S. Uejima, and K. Asai (1982), 「Linear regression analysis with fuzzy model」, *IEEE Trans. Systems Man Cybernet*. Vol. 12(6), pp. 903-907
Tseng, F, G, Tzeng, H, Yu, and B. Yuan (2001), 「Fuzzy ARIMA model for forecasting the foreign exchange market」, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 118, pp. 9-19

논문투고일 : 2011년 12월 10일
심사개시일 : 2011년 12월 20일
1차 수정일 : 2012년 01월 10일
2차 수정일 : 2012년 01월 16일
게재확정일 : 2012년 01월 20일

<要旨>

수익률 및 변동성 예측방안에 대한 연구: 한중일 주가지수를 이용하여

본 연구에서는 한국, 중국 및 일본 3개국의 주가지수를 사용하여 수익률 및 변동성을 예측하는 방안에 대해 연구한다. 분석 대상인 금융시계열 자료인 주가지수가 장기 기억(long memory)을 가지고 있을 경우 정수만으로 차분함에 의해 정보가 과도하게 손실되어지는 것을 막기 위해 실수 차분으로 과잉 차분을 피할 수 있는 분수적분 ARMA 또는 FARIMA(AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average) 모델과 FI-GARCH(Fractionally Integrated Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) 모델을 이용한다. 하지만 분석대상인 원래 시계열 자료의 선정기준이 되는 "시점"의 애매함이 존재하기에 본 연구에서는 퍼지수 및 퍼지 회귀 모델을 고려하여 FUZZY FARIMA 모델로 수익률(return)을, FUZZY FI-GARCH 모델로 변동성(volatility)을 예측하는 방법을 제안한다. 그리고 수익률은 단변량 ARFIMA모델을 다변량 ARFIMA모델로 확장하여 예측치를 추정한다. 본 연구에서 제안한 퍼지 FARIMA모델은 수익성 분석에 우위성을 가지고 있음을 발견하였다. 또한 FI-GARCH 모델을 이용한 변동성 예측 분석은 아주 타당성을 가지고 있음을 발견하였다.

A Study on the Forecasting Methodology for Yield and Volatility: Case Study for Korea, China and Japan Stock Index

This paper investigates how to protect big loss of information by difference when the time-series data set with its long memory. We use a ARFIMA (AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average) model and FI-GARCH (Fractionally Integrated Generalized AutoRegressive Conditional Heteroscedasticity) model which are possibly to avoid over-difference problem by real number difference. Also we suggest unique forecasting models for return with FUZZY ARFIMA model and volatility with FUZZY FI-GARCH model which are considering Fussy number and Fussy regression model. We forecating for return estimator by extension of single ARFIMA model to multiple ARFIMA model. We also forecasting for volatility estimator, evaluate the degree of forecasting, using PI which is based on the Black and Scholes Put Option model.